

Problème 383 – Tintin et la pyramide paztèque

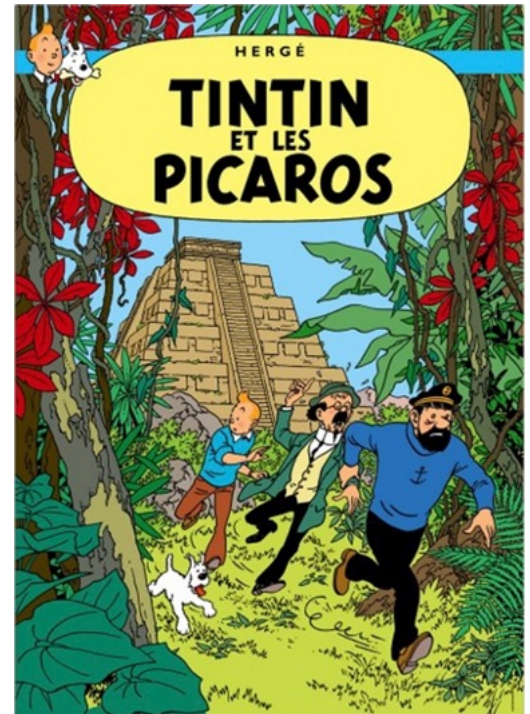
Niveau : Troisième

Chapitres : Trigonométrie, Volumes, Théorème de Pythagore, Théorème de Thalès

Inédit, publié le 12/05/2023

« Tintin et les Picaros », publié en 1976, est la dernière aventure achevée du célèbre reporter avant le décès de l'auteur, Hergé. Dans cette aventure, Tintin et ses amis se retrouvent dans la jungle du pays sud-américain imaginaire du San Theodoros, dans lequel ils aident des guerilleros, les Picaros, à reprendre le pouvoir.

Dans ce problème, nous allons nous intéresser à un passage où Tintin et ses amis visitent « la pyramide paztèque⁽¹⁾ de Trenxcoatl ». Cette pyramide tronquée, surmontée d'un temple, est imaginaire, mais elle est inspirée d'une pyramide réelle, précolombienne, située au Mexique : la pyramide de Kukulcán. Quand on compare les deux pyramides (voir **Annexe 1**), on voit que celle dans Tintin semble moins large et a un escalier plus étroit et plus pentu. On se propose ainsi ici, en étudiant quelques caractéristiques de la pyramide de Kukulcán, d'en évaluer celles de la pyramide de l'album de Tintin - même si cela restera toujours fictif.



La pyramide de Kukulcán a une base carrée, avec 4 faces « à étages » identiques. Chacune possède un escalier long de 34 mètres qui mène les visiteurs à une hauteur de 24 mètres, comme indiqué sur le schéma en **Annexe 2**. Pour se repérer, on a placé quelques points-clés A, B, C sur ce schéma.

Dans tout le problème, on calculera les longueurs en mètres et les angles en degrés, avec des arrondis à l'unité près.

1) a) Calculer la longueur AB sur le schéma en **Annexe 2**. On appelle cette longueur « **projection au sol de l'escalier** ».

b) Calculer en degrés l'angle \widehat{ABC} , qui indique la pente de l'escalier.

2) On suppose que la pyramide paztèque, qui a la même structure que la pyramide de Kukulcán, a :

- une pente supérieure à celle calculée en 1). b) de 15 degrés.

- des escaliers de même longueur.

a) Calculer la hauteur à laquelle se situe le haut des escaliers de la pyramide paztèque.

b) Déterminer la projection au sol de l'escalier de la pyramide paztèque.

3) L'escalier mène à une plateforme carrée parallèle au sol. On suppose que pour les deux pyramides, celle de Kukulcán et la pyramide paztèque, le côté de ce carré est de 17 mètres (**Annexe 3**). On admet qu'une estimation, en mètres, du côté de la base carrée au sol de la pyramide paztèque, est donnée par le calcul⁽²⁾:

$$\text{Côté de la base carrée au sol} = \text{Côté de la plateforme} + 2 \times \text{Projection au sol de l'escalier} - 6$$

Calculer le côté de la base carrée au sol pour la pyramide paztèque et vérifier que ce côté est inférieur à celui de la pyramide de Kukulcán, qui est d'environ 55 mètres.

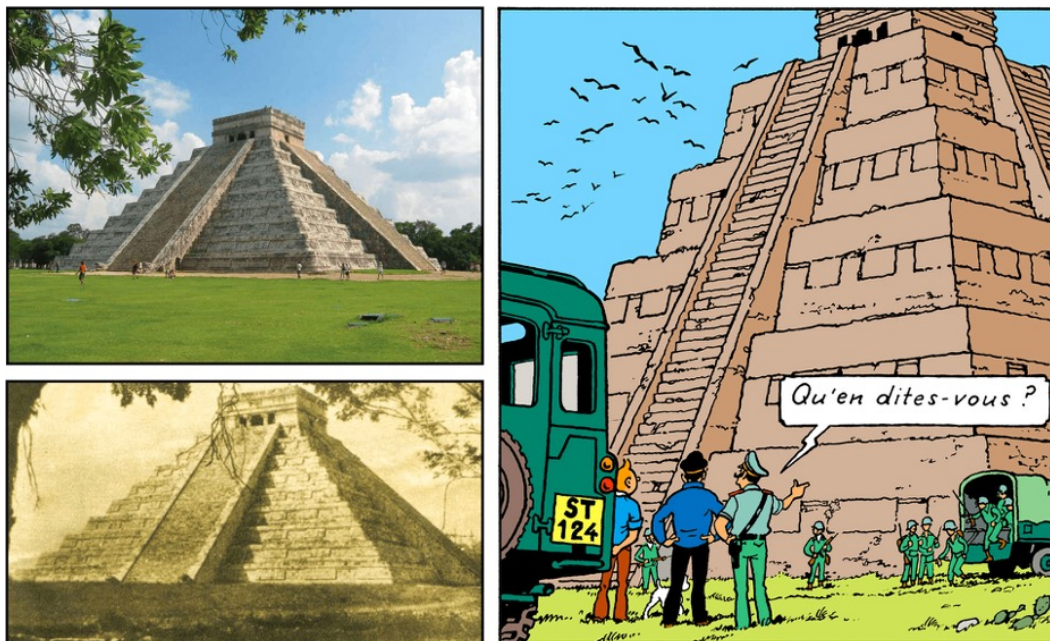
4) On suppose dans les deux questions suivantes que la pyramide paztèque a des dimensions et un volume similaire à une pyramide tronquée où les faces sont plates (donc pas étagées). On l'a modélisée, en **Annexe 4**, par une coupe verticale, parallèle à un côté de la base carrée, avec quelques points-clés.

En utilisant le théorème de Thalès, déterminer quelle serait la hauteur de la pyramide pazzèque (la longueur SH sur le schéma de l'**Annexe 4**) si elle n'était pas tronquée au niveau de la plateforme supérieure.

5) Calculer alors une estimation du volume de la pyramide pazzèque tronquée, arrondie au millier de m^3 près.

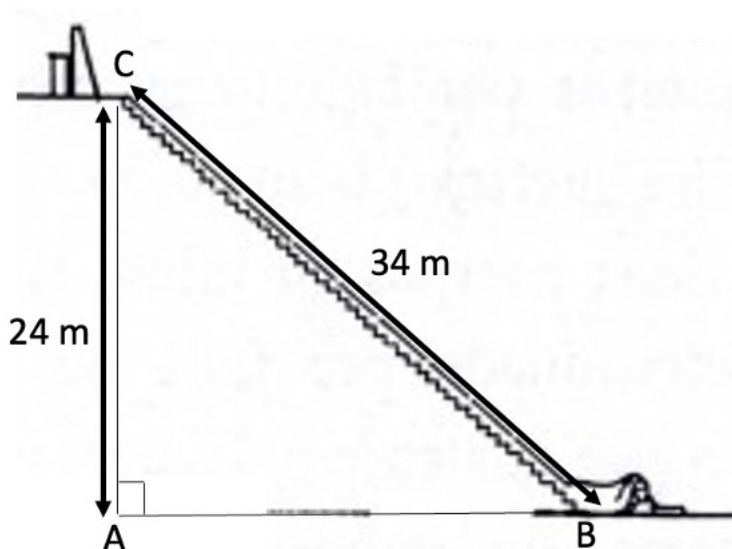
Annexe 1⁽²⁾

Comparaison de la pyramide de Kukulcán et de la pyramide pazzèque

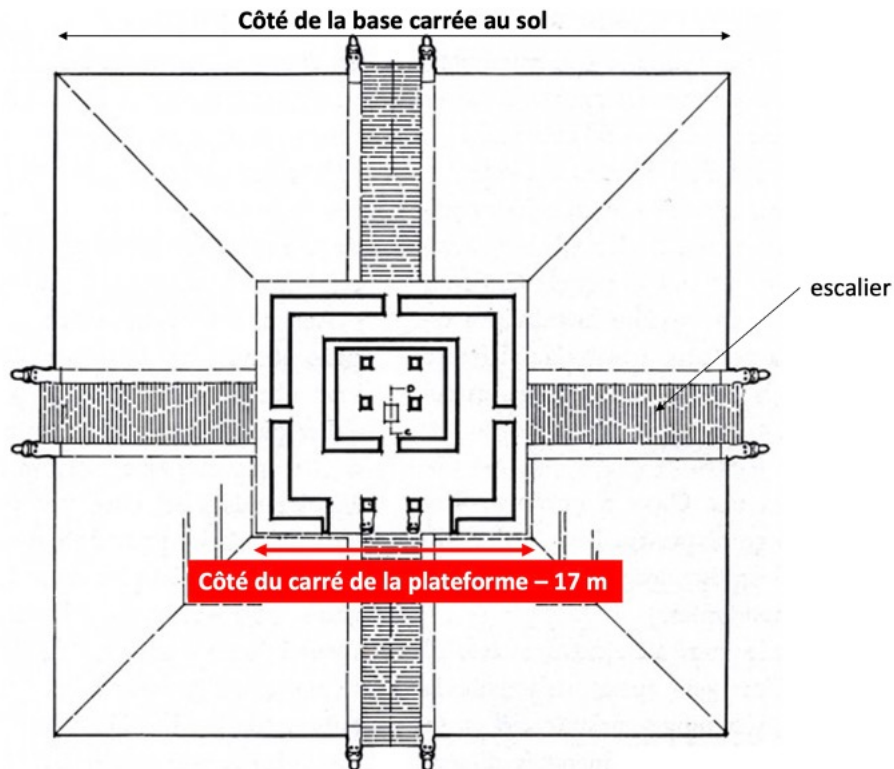


Annexe 2

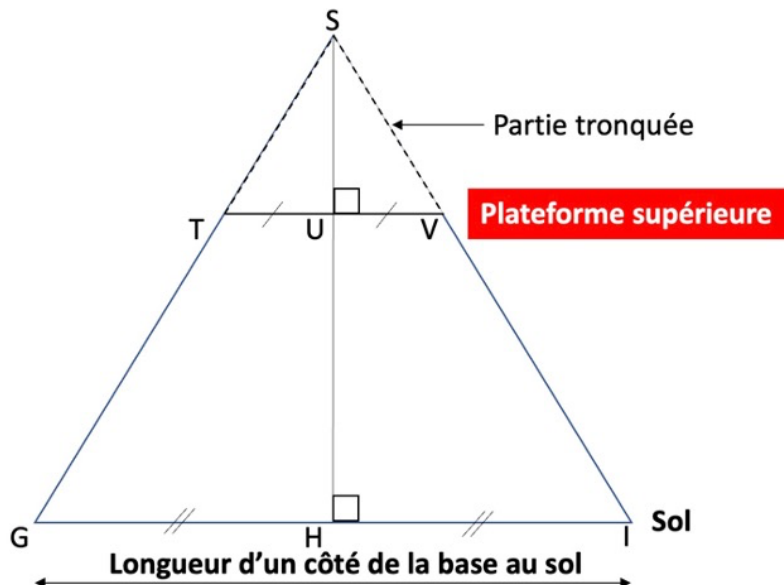
Coupe transversale d'un escalier de la pyramide de Kukulcán⁽³⁾



Annexe 3
Schéma d'une vue de dessus de la pyramide de Kukulcán⁽³⁾



Annexe 4
Coupe verticale de la pyramide pazzèque tronquée
(le schéma est indicatif et n'est pas à l'échelle)



(1) On notera bien que le mot « pazzèque » n'existe évidemment pas, mais qu'il n'est qu'une jolie contraction entre deux autres mots...

(2) Le terme de soustraction « 6 » est dû au fait que le bas de l'escalier n'est pas pile au pied de la pyramide.

(3) Source : <https://www.tintin.com/fr/albums/tintin-et-les-picaros>

(4) Source : <https://www.srclerc.com/?p=393>